

УДК 530.19

В.Е.АБРАКІТОВ, канд. техн. наук

*Харківська національна академія міського господарства*

### **ТОЧНІСТЬ, ВІРОГІДНІСТЬ ТА ОЦІНКА ПОГРІШНОСТІ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ АКУСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

Одним з шляхів раціонального і максимально прийнятного за всіма критеріями підбору варіантів картографування шумового режиму є дослідження на моделях. Запропоновано методику оцінки погрішності при моделюванні акустичних процесів, що передбачає зіставлення між собою результатів фізичного, аналогового і математичного моделювання.

Питання забезпечення акустичного комфорту середовища мешкання Людини виступають на перше місце. Задля наступної оптимізації шумового режиму населеного пункту проводиться його попереднє прогнозування. Одним з шляхів раціонального і максимально прийнятного за всіма критеріями підбору варіантів картографування шумового режиму є дослідження на моделях [1].

Згідно з [2], моделювання є методом дослідження складних процесів на моделях із застосуванням методів теорії подоби при постановці й обробці експерименту. Існують такі основні різновиди акустичного моделювання, як фізичне, аналогове і математичне.

Фізичне моделювання здійснюється за допомогою моделей, подібних до природи, тобто подібні величини моделі і природи мають однакову фізичну природу й однаковий математичний опис. Аналогове моделювання засноване на однаковому математичному описі, але різній фізичній природі схожих величин моделі і природи (тобто на аналогіях). Математичні моделі створюють, використовуючи математичні поняття і відносини: геометричні фігури, числа, вирази та ін.

Наші дослідження суттєво поширили галузь застосування різноманітних методів моделювання в акустиці [3-7]. Але тут виникає питання, як зіставити між собою результати моделювання одного й того ж процесу, що було проведене різними методами; як математично розрахувати величину погрішності при моделюванні акустичних процесів?

Достатня для технічних досліджень точність моделювання повинна бути забезпечена доступними засобами. Стосовно до моделювання процесів поширення різноманітних випромінювань це означає, що підвищення точності моделювання зв'язано з підвищенням ступеня адек-

ватності математичних описів адекватних процесів у моделі й у натурі, а також з підвищенням точності виконання елементів моделі; дорівнює, як і точності завдання необхідних початкових і граничних умов для моделювання. Кінцева точність моделювання буде визначатися впливом на кінцевий результат малих відхилень визначальних його величин, що, наприклад, задаються на вході системи.

Погрішності моделювання виникають у результаті дії безлічі сумарних факторів, кожний з яких несе в собі приватну погрішність.

Якщо не враховувати грубі помилки (так звані промахи), що порівняно легко можуть бути ідентифіковані завдяки наявності зворотного зв'язку між експериментатором і моделюючим пристроєм, сумарна погрішність  $Q_{\Sigma}$  складається з систематичної  $Q_{\text{систем}}$  і випадкової  $Q_{\text{випадк}}$  погрішностей:

$$Q_{\Sigma} = Q_{\text{систем}} + Q_{\text{випадк}}$$

Випадкова погрішність  $Q_{\text{випадк}}$  при моделюванні являє собою помилки виміру, і погрішності від нестабільності різних елементів моделі, що мають характер випадкових функцій. Оскільки пропонувані пристрої моделювання можуть бути використані для рішення безлічі типових задач, поняття «випадкові погрішності» розширюється.

До випадкової погрішності  $Q_{\text{випадк}}$  можуть бути віднесені помилки набору параметрів системи в моделюючому пристрої, що можуть приймати випадкові значення, обмежені полем допуску, – і мати при тім істотну вагу в сумарній погрішності моделі. Оцінка випадкової погрішності здійснювалася за рахунок повторного рішення якої-небудь задачі на аналоговій моделі, при якому створювалися різні сполучення використовуваних однотипних елементів моделі для набору тієї ж задачі. Розсіювання результатів наочно видно з результатів повторних вимірів, що мають проводитися не менше трьох разів; рішення уточнювалося за рахунок отриманих середніх значень.

Систематична погрішність  $Q_{\text{систем}}$  носить регулярний характер і виникає в результаті неточності математичного опису щодо дійсного фізичного процесу (тобто неповна аналогія моделі). Мається на увазі так звана методична погрішність, що є наслідком відступу від точної подоби натури і моделі. Цей відступ викликаний відомим спрощенням моделі і внесенням додаткових факторів, що ускладнюють явища в моделі.

До систематичної погрішності  $Q_{\text{систем}}$  відносяться також погрішності від завдання початкових і граничних умов, у зв'язку з їх спрощенням і деякою ідеалізацією; а також погрішності апроксимації функціональних залежностей, реалізованих нелінійними елементами

аналогової моделі (до яких відноситься, наприклад, загасання моделюючого випромінювання).

Для оцінки приватних систематичних погрішностей результатів моделювання вони зіставлялися з рішенням, у якому дана погрішність зменшена. При цьому фізична система з розподіленими параметрами (наприклад, моделі джерел шуму) представлялася у вигляді сукупності лінійних елементів, а помилка оцінювалася зіставленням між собою рішень для  $1n$ ;  $2n$ ;  $4n$ ; ... елементів. Кусочно-лінійна апроксимація нелінійних залежностей спаду інтенсивності випромінювання при поширенні його на моделі залежно від відстані для оцінки помилок по черзі замінялася при моделюванні  $1n$ ;  $2n$ ;  $4n$ ; ... елементів. При дослідженні приватних погрішностей виявилось, що в аналоговій і квазіаналоговій моделі вони залежать від безлічі причин, не всі з яких очевидні.

Тому поряд з оцінкою основних видів приватних погрішностей застосовується загальна оцінка погрішності моделювання, реалізована для груп подібних систем шляхом порівняння результатів моделювання аналоговими методами з чисельним рішенням контрольних задач, для яких були точні аналітичні рішення, отримані шляхом використання описаних вище аналітичних і графічних методів, а також дані натурних вимірів (рисунок).

При цьому переслідується не одержання строгого збігу результатів аналогового моделювання з відомими чисельними рішеннями, а вірогідність відображення в моделі досліджуваного хвильового явища. У зв'язку з цим враховуються вимоги точності чисельного рішення стосовно до використовуваних математичних моделей. Зіставлення перерахованих вище трьох груп даних дозволило виділити три різновиди первинних погрішностей:  $\Delta q_{(HB-MM)}$ ,  $\Delta q_{(MM-AM)}$ ,  $\Delta q_{(HB-AM)}$ . Вони представлені на схемі, з якої випливає:

$$\Delta q_{(HB-AM)} = \Delta q_{(HB-MM)} + \Delta q_{(MM-AM)}. \quad (1)$$

Зводимо (1) в квадрат:

$$\delta^2 q_{(HB-AM)} = \delta^2 q_{(HB-MM)} + \delta^2 q_{(MM-AM)} + 2 \delta^2 q_{(HB-MM)}.$$

При цьому відповідно відносно погрішністю є:

$$\Delta(q) = \Delta q/q.$$

Оскільки на пропонованих пристроях моделювання зважується безліч однотипних задач для кожної фізичної величини, можна провести усереднення відносно погрішності за цією безліччю.

Припустимо, що відносна первинна погрішність завдання параметрів  $q_i$  ( $i=1, 2, \dots, n, n \rightarrow \infty$ ). Число однотипних задач розподіляється за законом Гауса:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \delta^2(q_i)_{(HB-AM)} = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^2(q_i)_{(HB-MM)} + \sum_{i=0}^{\infty} \delta^2(q_i)_{(MM-AM)}.$$



Зіставлення погрішностей натурних вимірів, математичної і аналогової (квазіаналогової) моделей процесів поширення звуку, призначених для визначення ефективності шумозахисних пристроїв:

$\Delta q_{(HB-MM)}$  – первинні погрішності, що характеризують розбіжність значень якої-небудь фізичної величини при її натурних вимірах і її обчисленні за математичною моделлю (недосконалість математичного опису; мала вивченість фізичного явища, що моделюється, самого по собі);  $\Delta q_{(MM-AM)}$  – первинні погрішності, що характеризують розбіжність значень якої-небудь фізичної величини між результатами аналогового (квазіаналогового) моделювання і її обчисленні за математичною моделлю (невірогідність відображення в моделі адекватних процесів);  $\Delta q_{(HB-AM)}$  – первинні погрішності, що характеризують розбіжність значень якої-небудь фізичної величини при її натурних вимірах і результатами аналогового (квазіаналогового) моделювання (недосконалість моделі).

Оскільки за аксіомою випадкових погрішностей маємо

$$\sum_{i=0}^{\infty} \delta^2(q_i)_{(HB-MM)} \cdot \delta^2(q_i)_{(MM-AM)} = 0, \quad (2)$$

тоді отримуємо залежність між середніми квадратичними помилками  $\delta$  завдання вихідних величин:

$$\sigma^2 q_{(HB-AM)} = \left( \sigma^2 q_{(HB-MM)} + \sigma^2 q_{(MM-AM)} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Ідентична залежність існує і для граничних помилок  $\sigma_{\text{граничне}}$ , які характеризують поле допуску величин, що задаються. Приймалося:

$$\sigma_{\text{граничне}}(q) = 3 \sigma(q).$$

З формули (3) можна зробити висновок, що збільшення погрішності від натурних вимірів стосовно моделюючого пристрою в порівнянні з математичною моделлю визначається за формулою

$$\sigma_{(HB-AM)} = \sigma_{(HB-MM)}(1 + \alpha)^{1/2},$$

де  $\alpha = \sigma_{(MM-AM)} / \sigma_{(HB-AM)}$ .

При дослідженнях точності і вірогідності розроблених нами пристроїв аналогового і квазіаналогового моделювання [4] з'ясувалося, що погрішність вихідної величини в моделюючому пристрої в два рази менше погрішності завдання цих же величин у порівнянні з натурною в математичній моделі. Тоді при  $\alpha \leq 1/2$  помилка в 2% збільшується не більш, ніж до значення 2,2%! Таким чином, слід зробити висновок про однакову вірогідність усіх пропонованих нами [4] аналогових і квазіаналогових моделей, і математичної моделі.

Оскільки загальна погрішність шуканої величини залежить від первинних помилок завдання вихідних величин, причому внески різних первинних помилок також різні, були застосовані методи експериментального визначення складових загальної погрішності за первинними помилками. Припустимо, що шукана величина  $\psi$  зв'язана з вихідною величиною:

$$\Psi = Y \cdot F(q_1, q_2, \dots, q_n),$$

де  $Y$  – збурювання, що діє на систему (узагальнені зовнішні сили, які дестабілізують її);  $q_i$  – параметри системи, що задаються ( $i=1, 2, \dots, n$ ).

Тоді випадкова помилка у визначенні шуканої величини  $\Psi$ :

$$\Delta \psi = Y \sum_{i=1}^{\infty} (\partial F / \partial q_i) \Delta q_i + Y F.$$

Визначимо відносну випадкову помилку на підставі наведеного вище:

$$\Delta \psi / \psi = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\partial F / \partial q_i)}{F / q_i} (\Delta q_i / q_i) + \Delta Y / Y. \quad (4)$$

Виходячи з (4), запишемо вираз для середньої квадратичної помилки моделювання:

$$\sum (\psi)_{(HB-AM)} = \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{\partial F / \partial q_i}{F / q_i} \right)^2 \sigma^2 q_{(AM-MM)} + \sigma^2 q_{(HB-AM)} \right]^{1/2}.$$

Описані в [4] пристрої були реалізовані таким чином, щоб їхня систематична погрішність  $Q_{\text{систем}}$  не перевищувала задану частку методичної погрішності математичної моделі  $Q_{\text{методич(ММ)}}$ , а погрішність виміру в них, обумовлена точністю використовуваних вимірювальних приладів, не збільшувала значним образом загальну погрішність моделювання, що досягалося за рахунок застосування прецизійних вимірювальних приладів.

Погрішність результатів обчислення на математичній моделі, основу якої складають загальновідомі акустичні закономірності, признаються таким чином, щоб не збільшувати погрішність, обумовлену іншими причинами. Тому загальна помилка моделювання, заснована на вихідних даних, не повинна перевищувати помилки чисельного рішення з використанням математичної моделі, і результати аналогового (квазіаналогового) і математичного моделювання є однаково достовірні.

Таким чином, існують умови для вирішення задач містобудівної акустики з використанням моделювання як одного з найбільш ефективних і економічних методів дослідження, що дозволяє проводити їх в умовах, максимально наближених до реального. Достоїнство експериментальних досліджень на моделях – це здійснення фізичних спостережень на основі ідеальних умов, що неможливо забезпечити в натурі. Запропонована нами методика обчислення погрішності при моделюванні акустичних процесів дозволяє чисельно оцінити величину димущих при тому помилок та огріх.

1. Градостроительные меры борьбы с шумом / Осипов Г.Л. и др. – М.: Стройиздат, 1975. – 215 с.

1. Политехнический словарь / Под ред. И.И. Артаболевского – М.: Сов. энциклопедия, 1977. – 608 с.

2. Патент №20369 (Україна). Пристрій візуалізації картини зашумованості міської забудови / Сафонов В.В., Захаров Ю.І., Абракітов В.Е. – МПК6 G01H 9/00. Опубл. 15.07.97.

3. Патент №2058601 (Россія). Устройство для визуализации картины зашумленности городской застройки / Сафонов В.В., Захаров Ю.И., Абракиотов В.Э. – МПК6 G10K 1/00. Опубл. 20.04.96. Бюл. №11.

4. Абракітов В.Э. Аналоговое и квазианалоговое моделирование процессов распространения звука в пространстве для прогнозирования шумового режима на защищаемом объекте. – Харьков: АО ХГПИ, 1997. – 40 с.

5. Патент №15212А (Україна). Спосіб аналогового моделювання процесів розповсюдження звукових хвиль / Абракітов В.Е., Коржик Б.М., Серіков Я.О., Карпалюк І.Т. – МПК6 G09B 23/14. Опубл. 30.06.97. Бюл. №3

6. Патент № 22943А (Україна). Спосіб досягнення подібності при фізичному моделюванні акустичних процесів / Сафонов В.В., Абракітов В.Е., Захаров Ю.І. – МПК6 G 09 В 23/14. Опубл. 05.05.98.

Отримано 07.10.2004